小学生に「順列と組合せ」を教える

能美武功（平成１８年6月２２日）

以下順に、問とその答を与えることにより、理解させる。

問 1) １と２を使って２桁の数はいくつ出来るか。

問 1) の答 12 と 21 の２個

問 2) 123 を使って３桁の数はいくつ出来るか。

問 2) の答 123 132 213 231 312 321

の６個

(小さい数の順に書けることが大切。)

問 3) 1234 を使って４桁の数はいくつ出来るか。

問 3) の答 1234

1243

1324

1342

1423

1432 １が頭に来るのはこれで終。

2134

2143

2314

2341

2413

2431 ２が頭に来るのはこれで終。

3124

3142

3214

3241

3412
3421　3 が頭に来るのはこれで終。
4123
4132
4213
4231
4312
4321　4 が頭に来るのはこれで終。
の 24 個

問 4) 12345 を使って 5 桁の数はいくつ出来るか。

問 4) の答 12345
12354
12435
12453
12534
12543　12 が頭に来るのはこれで終
13245
13254
13425
13452
13524
13542　13 が頭に来るのはこれで終
14235
14253
14325
14352
14523
14532　14 が頭に来るのはこれで終
15234
15243

15324

15342

15423

15432　15 が頭に来るのはこれで終

1 が頭に来るのもこれで終　ここまでで 24 個

次は 2 が頭に来る時

21345

21354

21435

21453

21534

21543　21 が頭に来るのはこれで終

23145

23154

23415

23451

23514

23541　23 が頭に来るのはこれで終

24135

24153

24315

24351

24513

24531　24 が頭に来るのはこれで終

25134

25143

25314

25341

25413

25431　25 が頭に来るのはこれで終

2 が頭に来るのもこれで終　ここまでで 24×2 個

次は 3 が頭に来る時

31245

31254

31425

31452

31524

31542

32145

32154

32415

32451

32514

32541

34125

34152

34215

34251

34512

34521

35124

35142

35214

35241

35412

35421

3 が頭に来るのもこれで終　ここまでで 24×3 個

次は 4 が頭に来る時

41235

41253

41325

41352

41524

41542

42135

42153

42315

42351

42513

42531

43125

43152

43215

43251

43512

43521

45123

45132

45213

45231

45312

45321

4 が頭に来るのもこれで終　ここまでで 24×4 個

次は 5 が頭に来る時

51234

51243

51324

51342

51423

51432

52134

52143

52314

52341

52413

52431

53124

53142

53214

53241

53412

53421

54123

54132

54213

54231

54312

54321

5 が頭に来るのもこれで終　ここまでで 24×5 個

答 120 個

ここで考えさせる。直前の問題が使えることに気がつく。
つまり、「12345 を使って 5 桁の数」は、
1 を頭にすれば後の 4 個を並べ替えるのだから、24 個
2 を頭にすれば後の 4 個を並べ替えるのだから、24 個
等々だから、$24 \times 5 = 120$

元に戻って、「1234 を使って 4 桁の数」は、
1 を頭にすれば後の 3 個を並べ替えるのだから、6 個
2 を頭にすれば後の 3 個を並べ替えるのだから、6 個
3 を頭にすれば後の 3 個を並べ替えるのだから、6 個
4 を頭にすれば後の 3 個を並べ替えるのだから、6 個
だから、$6 \times 4 = 24$

もっと元に戻ると、「123 を使って 3 桁の数」は
1 を頭にすれば後の 2 個を並べ替えるのだから、2 個
2 を頭にすれば後の 2 個を並べ替えるのだから、2 個
3 を頭にすれば後の 2 個を並べ替えるのだから、2 個
だから、$2 \times 3 = 6$

以上をまとめると、
「12 を使って 2 桁の数」は 2 個
「123 を使って 3 桁の数」は $2 \times 3 = 6$ 個
「1234 を使って 4 桁の数」は $2 \times 3 \times 4 = 24$ 個
「12345 を使って 5 桁の数」は $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ 個

問 5) 123456 を使って 6 桁の数はいくつ出来るか。

問 5) の答
$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

ここで階乗の記号！を教える。
$7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \quad etc.$
或は、$\times$ は長くなるので・で省略して
$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

問 6) 1122 を使って 4 桁の数はいくつ出来るか。

問 6) の答
(大切なことは、小さい順に書けること。)
1122　これが一番小さいことはすぐ分る
1212　2 桁目を 2 にせざるを得ないから
1221　ここで頭が 12 となるのはいっぱいいっぱい
1 桁目を 2 にせざるを得ない
2112　1 桁目を 2 にした一番小さい数
2121
2211　これ以上は出来ない

答　6 個

問 7) 11122 を使って 5 桁の数はいくつ出来るか。

問 7)　の答

11122　これが一番小さいことはすぐ分る

11212　3 桁目を 2 にせざるを得ないから

11221　ここで頭が 112 となるのはいっぱいいっぱい

2 桁目を 2 にせざるを得ない

12112　2 桁目を 2 にした一番小さい数

12121

12211　ここで頭が 12 となるのはいっぱいいっぱい

1 桁目を 2 にせざるを得ない

21112　1 桁目を 2 にした一番小さい数

21121

21211

22111　これ以上は出来ない

答　10 個

問 8) 111222 を使って 6 桁の数はいくつ出来るか。

問 8)　の答

111222　これが一番小さいことはすぐ分る

112122　3 桁目を 2 にせざるを得ないから

112212

112221　ここで頭が 112 となるのはいっぱいいっぱい

2 桁目を 2 にせざるを得ない

121122　2 桁目を 2 にした一番小さい数

4 桁目を 2 にせざるを得ない

121212

121221

3 桁目を 2 にせざるを得ない

122112

122121
122211　1 桁目を 2 にせざるを得ない
211122　1 桁目を 2 にした一番小さい数
　4 桁目を 2 にせざるを得ない
211212
211221　3 桁目を 2 にせざるを得ない
212112
212121
212211　ここで頭が 212 となるのはいっぱいいっぱい
　2 桁目を 2 にせざるを得ない
221112　2 桁目を 2 にした一番小さい数
221121
221211
222111

上の 20 個、つまり答は「20 個」

問 9) 1122 を使って 4 桁の数はいくつ出来るか。いちいち数えないで！

問 9) の答　これは難しい。順列の中で一番難しい考え方で、
　これが理解出来れば順列は終。

まづ、上の 1122 を、一つ一つ違う数だと考える。つまり、
　$1_1,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2,$ の 4 個の数、と考える。
すると、これを並べ替えて 4 桁の数はすぐ分って、答は $4! = 24$
それを一つ一つ作ってみる。

1)　$1_1,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2,$
2)　$1_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 2_1,$
3)　$1_1,\ 2_1,\ 1_2,\ 2_2,$
4)　$1_1,\ 2_1,\ 2_2,\ 1_2,$
5)　$1_1,\ 2_2,\ 1_2,\ 2_1,$
6)　$1_1,\ 2_2,\ 2_1,\ 1_2,$
7)　$1_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 2_2,$
8)　$1_2,\ 1_1,\ 2_2,\ 2_1,$

9) $1_2,\ 2_1,\ 1_1,\ 2_2,$

10) $1_2,\ 2_1,\ 2_2,\ 1_1,$

11) $1_2,\ 2_2,\ 1_1,\ 2_1,$

12) $1_2,\ 2_2,\ 2_1,\ 1_1,$

13) $2_1,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_2,$

14) $2_1,\ 1_1,\ 2_2,\ 1_2,$

15) $2_1,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_2,$

16) $2_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 1_1,$

17) $2_1,\ 2_2,\ 1_1,\ 1_2,$

18) $2_1,\ 2_2,\ 1_2,\ 1_1,$

19) $2_2,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_1,$

20) $2_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 1_2,$

21) $2_2,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_1,$

22) $2_2,\ 1_2,\ 2_1,\ 1_1,$

23) $2_2,\ 2_1,\ 1_1,\ 1_2,$

24) $2_2,\ 2_1,\ 1_2,\ 1_1,$

この 24 個は一つ一つ、何が出来ているか、右に書いてみると

1) $1_1,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2,$ 1122

2) $1_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 2_1,$ 1122

3) $1_1,\ 2_1,\ 1_2,\ 2_2,$ 1212

4) $1_1,\ 2_1,\ 2_2,\ 1_2,$ 1221

5) $1_1,\ 2_2,\ 1_2,\ 2_1,$ 1212

6) $1_1,\ 2_2,\ 2_1,\ 1_2,$ 1221

7) $1_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 2_2,$ 1122

8) $1_2,\ 1_1,\ 2_2,\ 2_1,$ 1122

9) $1_2,\ 2_1,\ 1_1,\ 2_2,$ 1212

10) $1_2,\ 2_1,\ 2_2,\ 1_1,$ 1221

11) $1_2,\ 2_2,\ 1_1,\ 2_1,$ 1212

12) $1_2,\ 2_2,\ 2_1,\ 1_1,$ 1221

13) $2_1,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_2,$ 2112

14)	$2_1,\ 1_1,\ 2_2,\ 1_2,$	2121
15)	$2_1,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_2,$	2112
16)	$2_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 1_1,$	2121
17)	$2_1,\ 2_2,\ 1_1,\ 1_2,$	2211
18)	$2_1,\ 2_2,\ 1_2,\ 1_1,$	2211
19)	$2_2,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_1,$	2112
20)	$2_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 1_2,$	2121
21)	$2_2,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_1,$	2112
22)	$2_2,\ 1_2,\ 2_1,\ 1_1,$	2121
23)	$2_2,\ 2_1,\ 1_1,\ 1_2,$	2211
24)	$2_2,\ 2_1,\ 1_2,\ 1_1,$	2211

出来ているもので整頓すると

1)	$1_1,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2,$	1122
2)	$1_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 2_1,$	1122
7)	$1_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 2_2,$	1122
8)	$1_2,\ 1_1,\ 2_2,\ 2_1,$	1122
3)	$1_1,\ 2_1,\ 1_2,\ 2_2,$	1212
5)	$1_1,\ 2_2,\ 1_2,\ 2_1,$	1212
9)	$1_2,\ 2_1,\ 1_1,\ 2_2,$	1212
11)	$1_2,\ 2_2,\ 1_1,\ 2_1,$	1212
4)	$1_1,\ 2_1,\ 2_2,\ 1_2,$	1221
6)	$1_1,\ 2_2,\ 2_1,\ 1_2,$	1221
10)	$1_2,\ 2_1,\ 2_2,\ 1_1,$	1221
12)	$1_2,\ 2_2,\ 2_1,\ 1_1,$	1221
13)	$2_1,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_2,$	2112
15)	$2_1,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_2,$	2112
19)	$2_2,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_1,$	2112
21)	$2_2,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_1,$	2112
14)	$2_1,\ 1_1,\ 2_2,\ 1_2,$	2121
16)	$2_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 1_1,$	2121

20)　$2_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 1_2,$　2121
22)　$2_2,\ 1_2,\ 2_1,\ 1_1,$　2121
17)　$2_1,\ 2_2,\ 1_1,\ 1_2,$　2211
18)　$2_1,\ 2_2,\ 1_2,\ 1_1,$　2211
23)　$2_2,\ 2_1,\ 1_1,\ 1_2,$　2211
24)　$2_2,\ 2_1,\ 1_2,\ 1_1,$　2211
4 個づつ出来ていることが分る。
従って、この 4 という数が分りさえすれば、
$24 \div 4 = 6$
と、6 がすぐ出て来る。

この 4 はどうやって見つけることが出来るか。例えば 1122 で考えてみると、
1)　$1_1,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2,$　1122
2)　$1_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 2_1,$　1122
7)　$1_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 2_2,$　1122
8)　$1_2,\ 1_1,\ 2_2,\ 2_1,$　1122

11 となっているがこれらを違う数を考えているから、
　右下に添付した数は 12 と 21 の 2 通り
22 となっているがこれらを違う数を考えているから、
　右下に添付した数は 12 と 21 の 2 通り
従って $2 \times 2 = 4$ と、4 が出て来る。

問　10)　11122 を使って 5 桁の数はいくつ出来るか。いちいち数えないで！

問　10)　の答
全部違う数と考えれば、$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
例えば 11122 で考えると、違うと考えられている数は
$1_1,\ 1_2,\ 1_3,\ 2_1,\ 2_2$
$1_1,\ 1_3,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2$
$1_2,\ 1_1,\ 1_3,\ 2_1,\ 2_2$
$1_2,\ 1_3,\ 1_1,\ 2_1,\ 2_2$

$1_3,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_1,\ 2_2$
$1_3,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_1,\ 2_2$
$1_1,\ 1_2,\ 1_3,\ 2_2,\ 2_1$
$1_1,\ 1_3,\ 1_2,\ 2_2,\ 2_1$
$1_2,\ 1_1,\ 1_3,\ 2_2,\ 2_1$
$1_2,\ 1_3,\ 1_1,\ 2_2,\ 2_1$
$1_3,\ 1_1,\ 1_2,\ 2_2,\ 2_1$
$1_3,\ 1_2,\ 1_1,\ 2_2,\ 2_1$

の 12 個、つまり、考え方は、
1 については $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
2 については $2! = 2 \cdot 1 = 2$
全部で $6 \quad \times 2 = 12$

故に、$120 \div 12 = 10$

答 10 個

問 10) 111222 を使って 6 桁の数はいくつ出来るか。いちいち数えないで！

問 10) の答

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

問 10) 11122233 を使って 8 桁の数はいくつ出来るか。いちいち数えないで！

問 10) の答

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 560$$

問 11) A, B, C, D, E の 5 人がいる。この中から 2 人掃除当番を選ぶ。何通りの選び方があるか。

問 11) の答

A が入る場合 $AB,\ AC,\ AD,\ AE$ の 4 通り
A が入らない、且つ、B が入る場合 $BC,\ BD,\ BE$ の 3 通り
AB が入らない、且つ、C が入る場合 $CD,\ CE$ の 2 通り
ABC が入らない、且つ、D が入る場合 DE の 1 通り

これで全部。答は 10 通り。
次のようにすると、いちいち数えないで出来る。

A	B	C	D	E
1	1	2	2	2

となるのは、A と B が選ばれたと考える。(1 の上にあるのは A と B だから)

A	B	C	D	E
2	1	2	1	2

となるのは、B と D が選ばれたと考える。(1 の上にあるのは B と D だから)

すると、最初の問題は「11222 を使って 5 桁の数字がいくつ出来るか」と同じ問題。

つまり答は、 $\dfrac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

実際に表を作って確かめてみると、

A	B	C	D	E	選ばれた人
1	1	2	2	2	AB
1	2	1	2	2	AC
1	2	2	1	2	AD
1	2	2	2	1	AE
2	1	1	2	2	BC
2	1	2	1	2	BD
2	1	2	2	1	BE
2	2	1	1	2	CD
2	2	1	2	1	CE
2	2	2	1	1	DE

問 12) A, B, C, D, E, F の 6 人がいる。この中から 3 人掃除当番を選ぶ。何通りの選び方があるか。

問　12)　の答

この問題は「111222 を使って 6 桁の数字がいくつ出来るか」と同じ問題。

つまり答は、 $\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1}=20$

実際に表を作って確かめてみると、

	A	B	C	D	E	F	選ばれた人
1	1	1	1	2	2	2	ABC
2	1	1	2	1	2	2	ABD
3	1	1	2	2	1	2	ABE
4	1	1	2	2	2	1	ABF
5	1	2	1	1	2	2	ACD
6	1	2	1	2	1	2	ACE
7	1	2	1	2	2	1	ACF
8	1	2	2	1	1	2	ADE
9	1	2	2	1	2	1	ADF
10	1	2	2	2	1	1	AEF
11	2	1	1	1	2	2	BCD
12	2	1	1	2	1	2	BCE
13	2	1	1	2	2	1	BCF
14	2	1	2	1	1	2	BDE
15	2	1	2	1	2	1	BDF
16	2	1	2	2	1	1	BEF
17	2	2	1	1	1	2	CDE
18	2	2	1	1	2	1	CDF
19	2	2	1	2	1	1	CEF
20	2	2	2	1	1	1	DEF

の 20 通り

(数をただ出すだけでなく、この表が作れるように練習すること。)

(数を小さい順に書けることが非常に大切。)

問　12)　りんご、なし、みかん、の 3 個の詰め合せを作る。作り方は何通りあるか。

　　(但し、りんごだけ 3 個などというものも許す、とする。)

問　12)　の答

これも単に答が出るだけでは駄目で、実際に詰め合せの例を全部数えあげることが出来なければいけません。

　場合分けをする。

1)　リンゴが少なくとも 1 個含まれる場合

2)　リンゴが 1 個もなく、なしが少なくとも 1 個含まれる場合

3)　リンゴが 1 個もなく、なしが 1 個もない場合

1)　の時は次の 3 通り。以下、りんごを A、なしを B、みかんを C と書く。

$1-1)$　リンゴが 3 個ある場合　これは　AAA の 1 通り

$1-2)$　リンゴが 2 個だけある場合　これは　$AAB,\ AAC$　の 2 通り

$1-3)$　リンゴが 1 個だけある場合　$ABB\ \ ABC\ \ ACC$　の 3 通り

2)　の時は次の 3 通り。

$2-1)$　なしが 3 個ある場合　これは BBB　の 1 通り

$2-2)$　なしが 2 個だけある場合　これは BBC　の 1 通り

$2-3)$　なしが 1 個だけある場合　BCC　の 1 通り

3)　の時は　CCC　の 1 通り

　つまり、全部で 10 通り。

実は、これは丸 ○ 3 個と仕切り | 2 個を使うことによって、これまでの問題に帰着出来る。

例えば、 ○ | ○ | ○　は、仕切りの一番左にあるものがリンゴ、中にあるもの

がなし、一番右にあるものがみかん、と考え、ABC である、とする。

		○と—で表すと
1	AAA	○○○ ||
2	AAB	○○ | ○ |
3	AAC	○○ || ○
4	ABB	○ | ○○ |
5	ABC	○ | ○ | ○
6	ACC	○ || ○○
7	BBB	| ○○○ |
8	BBC	| ○○ | ○
9	BCC	| ○ | ○○
10	CCC	|| ○○○

さて、○○○ || を一列に並べる並べ方は何通りあるか。それは、
「11122 を使って、5 桁の数がいくつ出来るか」と同じ問題。

答は $\dfrac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1} = 10$

問　13)　りんご、なし、みかん、柿の 3 個の詰め合せを作る。作り方は何通りあるか。

(但し、りんごだけ 3 個などというものも許す、とする。)

問　13)　の答

○ が 3 個、| が 3 個の場合となるから、

答は $\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1} = 20$

答　20 通り

○ を 1　| を 2 で表すことにし、

柿は D で表すと

	A	B	C	D	E	F	ABCD で表すと
1	1	1	1	2	2	2	AAA
2	1	1	2	1	2	2	AAB
3	1	1	2	2	1	2	AAC
4	1	1	2	2	2	1	AAD
5	1	2	1	1	2	2	ABB
6	1	2	1	2	1	2	ABC
7	1	2	1	2	2	1	ABD
8	1	2	2	1	1	2	ACC
9	1	2	2	1	2	1	ACD
10	1	2	2	2	1	1	ADD
11	2	1	1	1	2	2	BBB
12	2	1	1	2	1	2	BBC
13	2	1	1	2	2	1	BBD
14	2	1	2	1	1	2	BCC
15	2	1	2	1	2	1	BCD
16	2	1	2	2	1	1	BDD
17	2	2	1	1	1	2	CCC
18	2	2	1	1	2	1	CCD
19	2	2	1	2	1	1	CDD
20	2	2	2	1	1	1	DDD

問 14) りんご、なし、みかん、柿の 4 個の詰め合せを作る。作り方は何通りあるか。

(但し、りんごだけ 4 個などというものも許す、とする。)

問 14) の答

○ が 4 個、| が 3 個の場合となるから、

答は $\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1} = 35$

答 35 通り

問 15) A, B, C, の 3 人が今地下一階エレベーターの前にいる。ここは 2 階建ての建物で、これから 3 人がエレベーターに乗る。降り方は何通りあるか。
問 15) の答

	A	B	C	
1	1	1	1	A も B も C も 1 階で降りる
2	1	1	2	A と B は 1 階、C は 2 階で降りる
3	1	2	1	A と C は 1 階、B は 2 階で降りる
4	1	2	2	B と C は 2 階、A は 1 階で降りる
5	2	1	1	B と C は 1 階、A は 2 階で降りる
6	2	1	2	A と C は 2 階、B は 1 階で降りる
7	2	2	1	A と B は 2 階、C は 1 階で降りる
8	2	2	2	A も B も C も 2 階で降りる

の 8 通り

以下、説明の都合上、1 階を x 階、2 階を y 階、とする。
すると上の表は次のようになる。

	A	B	C	
1	x	x	x	A も B も C も x 階で降りる
2	x	x	y	A と B は x 階、C は y 階で降りる
3	x	y	x	A と C は x 階、B は y 階で降りる
4	x	y	y	B と C は y 階、A は x 階で降りる
5	y	x	x	B と C は x 階、A は y 階で降りる
6	y	x	y	A と C は y 階、B は x 階で降りる
7	y	y	x	A と B は y 階、C は x 階で降りる
8	y	y	y	A も B も C も y 階で降りる

問 15 − 1) 問 15) で、

1) 一つの階に 3 人が降りる場合と、
2) 一つの階に 2 人が降り、別の階に 1 人が降りる場合

の 2 通りがある。

1) の場合を $(3,0)$ 型といい、

2) の場合を $(2,1)$ 型ということにする。

問 $15-1-1)$ それぞれの型は何種類あるか。

問 $15-1-2)$ それぞれの種類は何通りあるか。

問　$15-1)$　の答

問 $15-1-1)$ それぞれの型は何種類あるか。　の答。

$(3,0)$ 型　xxx と yyy の 2 種類

$(2,1)$ 型　xxy と yyx の 2 種類

問 $15-1-2)$ それぞれの種類は何通りあるか。　の答。

$(3,0)$ 型　xxx 1 通り　yyy 1 通り。

$(2,1)$ 型　xxy 3 通り　yyx 3 通り。

問　16)　A, B, C, D の 4 人が今地下一階エレベーターの前にいる。ここは 2 階建ての建物で、これから 4 人がエレベーターに乗る。降り方は何通りあるか。

問　16)　の答

16 通り。

問　$16-1)$　問　16) で、

1) 一つの階に 4 人が降りる場合と、

2) 一つの階に 3 人が降り、別の階に 1 人が降りる場合

3) 一つの階に 2 人が降り、別の階に 2 人が降りる場合

の 3 通りがある。

1) の場合を $(4,0)$ 型といい、

2) の場合を $(3,1)$ 型ということにする。

3) の場合を $(2,2)$ 型ということにする。

問 $16-1-1)$ それぞれの型は何種類あるか。

問 $16-1-2)$ それぞれの種類は何通りあるか。

問　$16-1)$　の答

問 $16-1-1)$ それぞれの型は何種類あるか。　の答。

$(4,0)$ 型　$xxxx$ と $yyyy$ の 2 種類

$(3,1)$ 型　$xxxy$ と $yyyx$ の 2 種類

$(2,2)$ 型　$xxyy$ の 1 種類

問 $15-1-2)$　それぞれの種類は何通りあるか。　の答。

$(4,0)$ 型　$xxxx$ 1 通り　$yyyy$ 1 通り。

$(3,1)$ 型　$xxxy$ 4 通り　$yyyx$ 4 通り。

$(2,2)$ 型　$xxyy$ 6 通り

	A	B	C	D
1	x	x	x	x
2	x	x	x	y
3	x	x	y	x
4	x	x	y	y
5	x	y	x	x
6	x	y	x	y
7	x	y	y	x
8	x	y	y	y
9	y	x	x	x
10	y	x	x	y
11	y	x	y	x
12	y	x	y	y
13	y	y	x	x
14	y	y	x	y
15	y	y	y	x
16	y	y	y	y

によって確かめることが出来る。が、計算でも、

例えば、$(3,1)$ 型 なら、「1112 を使って 4 桁の数はいくつ出来るか」と同じ問題だから、

$$\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 1}=4$$

例えば、$(2,2)$ 型 なら、「1122 を使って 4 桁の数はいくつ出来るか」と同じ

問題だから、

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 6$$

とすればよい。

問　17)　$A,\ B,\ C$ の 3 人が今地下一階エレベーターの前にいる。ここは 3 階建ての建物で、これから 3 人がエレベーターに乗る。降り方は何通りあるか。但し、3 階を z 階と呼ぶことにする。

問　17)　の答

27 通り。

問　$17-1)$　問　17) で、

1)　一つの階に 3 人が降りる場合と、

2)　一つの階に 2 人が降り、別の階に 1 人が降りる場合

3)　一つの階に 1 人づつ降りる場合

の 3 通りがある。

1)　の場合を $(3,0,0)$ 型といい、

2)　の場合を $(2,1,0)$ 型ということにする。

3)　の場合を $(1,1,1)$ 型ということにする。

問 $17-1-1)$　それぞれの型は何種類あるか。

問 $17-1-2)$　それぞれの種類は何通りあるか。

問　$17-1)$　の答

問 $17-1-1)$　それぞれの型は何種類あるか。　の答。

$(3,0,0)$ 型　xxx と yyy zzz の 3 種類

$(2,1,0)$ 型　$xxy,\ xxz,\ yyx,\ yyz,\ zzx,\ zzy$ の 6 種類

$(1,1,1)$ 型　xyz の 1 種類

問 $17-1-2)$　それぞれの種類は何通りあるか。　の答。

$(3,0,0)$ 型　xxx 1 通り　yyy 1 通り　zzz 1 通り。

$(2,1,0)$ 型　$xxy,\ xxz,\ yyx,\ yyz,\ zzx,\ zzy$ それぞれ 3 通り。

　　(1, 1, 1) 型　xyz 6 通り
これら全部で 27 通り なければならないが、
$3 \times 1 + 6 \times 3 + 1 \times 6 = 27$
で大丈夫。

	A	B	C		A	B	C		A	B	C
1	x	x	x	10	y	x	x	19	z	x	x
2	x	x	y	11	y	x	y	20	z	x	y
3	x	x	z	12	y	x	z	21	z	x	z
4	x	y	x	13	y	y	x	22	z	y	x
5	x	y	y	14	y	y	y	23	z	y	y
6	x	y	z	15	y	y	z	24	z	y	z
7	x	z	x	16	y	z	x	25	z	z	x
8	x	z	y	17	y	z	y	26	z	z	y
9	x	z	z	18	y	z	z	27	z	z	z

問　18)　A, B, C, D の 4 人が今地下一階エレベーターの前にいる。ここは 3 階建ての建物で、これから 4 人がエレベーターに乗る。降り方は何通りあるか。但し、3 階を z 階と呼ぶことにする。

問　18)　の答
　81 通り。

問　$18-1$)　問　18) で、
　　1)　一つの階に 4 人が降りる場合と、
　　2)　一つの階に 3 人が降り、別の階に 1 人が降りる場合
　　3)　一つの階に 2 人が降り、別の階に 2 人が降りる場合
　　4)　一つの階に 2 人が降り、別の階に 1 人づつが降りる場合
の 4 通りがある。
　　1)　の場合を (4, 0, 0) 型といい、
　　2)　の場合を (3, 1, 0) 型ということにする。

3) の場合を $(2,2,0)$ 型ということにする。
4) の場合を $(2,1,1)$ 型ということにする。
問 $18-1-1)$ それぞれの型は何種類あるか。
問 $18-1-2)$ それぞれの種類は何通りあるか。

問 $18-1)$ の答
問 $18-1-1)$ それぞれの型は何種類あるか。 の答。
$(4,0,0)$ 型 $xxxx$ $yyyy$ $zzzz$ の 3 種類
$(3,1,0)$ 型 $xxxy,\ xxxz,\ yyyx,\ yyyz,\ zzzx,\ zzzy$ の 6 種類
$(2,2,0)$ 型 $xxyy,\ xxzz,\ yyzz$ の 3 種類
$(2,1,1)$ 型 $xxyz$ $yyxz$ $zzxy$ の 3 種類
問 $18-1-2)$ それぞれの種類は何通りあるか。 の答。
$(4,0,0)$ 型 それぞれ 1 通り
$(3,1,0)$ 型 それぞれ $\dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 1}=4$ 通りある。
$(2,2,0)$ 型 それぞれ $\dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 2\cdot 1}=6$ 通りある。
$(2,1,1)$ 型 それぞれ $\dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 1\cdot 1}=12$ 通りある。
これら全部で 81 通り なければならないが、
$3\times 1+6\times 4+3\times 6+3\times 12=81$
で大丈夫。

問 19) $A,\ B,\ C,$ の 3 人が今地下一階エレベーターの前にいる。ここは 6 階建ての建物で、これから 3 人がエレベーターに乗る。降り方は何通りあるか。但し、4 階、5 階、6 階をそれぞれ、u 階、v 階、w 階、と呼ぶことにする。

問 19) の答

	A	B	C		A	B	C		A	B	C
1	x	x	x	10	x	y	u	19	x	u	x
2	x	x	y	11	x	y	v	20	x	u	y
3	x	x	z	12	x	y	w	21	x	u	z
4	x	x	u	13	x	z	x	22	x	u	u
5	x	x	v	14	x	z	y	23	x	u	v
6	x	x	w	15	x	z	z	24	x	u	w
7	x	y	x	16	x	z	u	25	x	v	x
8	x	y	y	17	x	z	v	26	x	v	y
9	x	y	z	18	x	z	w	27	etc	etc	etc

で、$6 \times 6 \times 6 = 216$

216 通り。

問 19 − 1) 問 19) で、

1) 一つの階に 3 人が降りる場合と、

2) 一つの階に 2 人が降り、別の階に 1 人が降りる場合

3) 一つの階に 1 人づつが降りる場合

の 3 通りがある。

1) の場合を $(3, 0, 0)$ 型といい、

2) の場合を $(2, 1, 0)$ 型ということにする。

3) の場合を $(1, 1, 1)$ 型ということにする。

問 19 − 1 − 1) それぞれの型は何種類あるか。

問 19 − 1 − 2) それぞれの種類は何通りあるか。

問 19 − 1) の答

問 19 − 1 − 1) それぞれの型は何種類あるか。 の答。

$(3, 0, 0)$ 型 xxx yyy zzz uuu vvv www の 6 種類

$(2, 1, 0)$ 型 $6 \times 5 = 30$ 種類ある。

$xxy,\ xxz,\ xxu,\ xxv,\ xxw$

$yyx,\ yyz,\ yyu,\ yyv,\ yyw$

$zzx,\ zzy,\ zzu,\ zzv,\ zzw$

$uux,\ uuy,\ uuz,\ uuv,\ uuw$

$vvx,\ vvy,\ vvz,\ vvu,\ vvw$

$wwx,\ wwy,\ wwz,\ wwu,\ wwv$

$(1,1,1)$ 型　　$\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1}=20$ 通りある。

$xyz\ xyu\ xyv\ xyw\ xzu\ xzv\ xzw\ xuv\ xuw\ xvw$

$yzu\ yzv\ yzw\ yuv\ yuw\ yvw$

$zuv\ zuw\ zvw$

uvw

の 20 種類

問 $19-1-2)$ それぞれの種類は何通りあるか。　の答。

$(3,0,0)$ 型　それぞれ 1 通り

$(2,1,0)$ 型　それぞれ $\dfrac{3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot1}=3$ 通りある。

$(1,1,1)$ 型　それぞれ $\dfrac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot1\cdot1}=6$ 通りある。

これら全部で 216 通り なければならないが、
$6\times1+30\times3+20\times6=6+90+120=216$
で大丈夫。