問１　三人がじゃんけんをする。４回目に初めて一人の勝者が決る確率を求めよ。

解）

一回目、二回目、三回目、四回目にじゃんけんをした後、それぞれの残りの人数が次のようになった場合が、４回目に初めて一人の勝者が決る場合である。

$case1)\quad 3,3,3,1$

$case2)\quad 3,3,2,1$

$case3)\quad 3,2,2,1$

$case4)\quad 2,2,2,1$

ここで、３人が一回のじゃんけんで、１人残る、２人残る、３人残る、確率を求める。

$$
\begin{aligned}
(g+c+p)^3 = g^3 + c^3 + p^3 + 3g^2c + 3g^2p \\
+ 3c^2g + 3c^2p \\
+ 3p^2g + 3p^2c \\
+ 6gcp
\end{aligned}
$$

g^3、c^3、p^3、$6gcp$ があいこ。即ち、３人残る確率 $(3-3)$ は

$$\frac{9}{27} = \frac{1}{9}$$

$3g^2c$、$3c^2p$、$3p^2g$ が二人勝ち。即ち、２人残る確率 $(3-2)$ は

$$\frac{9}{27} = \frac{1}{9}$$

$3g^2p$、$3c^2g$、$3p^2c$ が一人勝ち。即ち、１人残る確率 $(3-1)$ は

$$\frac{9}{27}=\frac{1}{9}$$

解説

上の多項式の展開が問題とすぐ結びつかないといけないので、次に

解説を書く

　$A,\ B,\ C$ の 3 人がじゃんけんをする時、その全ての場合の数は、

1 を石、2 を鋏、3 を紙、として、次の 27 通り。

	A	B	C
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	1	3
4	1	2	1
5	1	2	2
6	1	2	3
7	1	3	1
8	1	3	2
9	1	3	3
10	2	1	1
11	2	1	2
12	2	1	3
13	2	2	1
14	2	2	2
15	2	2	3
16	2	3	1
17	2	3	2
18	2	3	3
19	3	1	1
20	3	1	2
21	3	1	3
22	3	2	1
23	3	2	2
24	3	2	3
25	3	3	1
26	3	3	2
27	3	3	3

これは、1 を g 、2 を c 、3 を p と書いて、

$(g+c+p)^3$ に相当する。

解説終り

また、２人が一回のじゃんけんで、１人残る、２人残る、

確率を求める。

$(g+c+p)^2 = g^2 + c^2 + p^2 + 2gc + 2gp + 2cp$

g^2、c^2、p^2、があいこ。即ち、２人残る確率 $(2-2)$ は

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$2gc$、$2gp$、$2cp$ が一人勝ち。即ち、１人残る確率 $(2-1)$ は

$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

さて、上の４ $case$ のそれぞれの確率を求める。

$case1)$ $(3-3)(3-3)(3-3)(3-1)$ で、

$$\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3} = \frac{1}{81}$$

$case2)$ $(3-3)(3-3)(3-2)(2-1)$ で、

$$\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} = \frac{2}{81}$$

$case3)$ $(3-3)(3-2)(2-2)(2-1)$ で、

$$\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} = \frac{2}{81}$$

$case4)$ $(3-2)(2-2)(2-2)(2-1)$ で、

$$\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} = \frac{2}{81}$$

これらを加えて、 $\frac{7}{81}$ （答）